به نام خدا

دانشکده ریاضی

۸۸/۲/۱۷

سؤالات ریاضی ۲ در میان ترم

سؤال اول . معادله منحنی $r(t)=(2+\sqrt{2}\cos t)i+(1-\sin t)j+(3+\sin t)k$ مفروض است :

(الف) . بردارهای یکه مماس ، قائم، بی نرمال و انحناء آن را در نقطهٔ متناظر به $t=\frac{\pi}{4}$ به دست آورید .

(ب) . معادلهٔ رویه هایی را بیابید که منحنی روی انها قرار دارد .

سؤال دوم . نشان دهید که اگر چه برای تابع $f(x,y)=\frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$ حدود مکرر

$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} f(x,y)\right)=\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0} f(x,y)\right)$$

- موجودند ، ولی $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ وجود ندارد .

سؤال سوم . معادله صفحه مماس بر رویه $x^2-y^2-3z=0$ را بیابید که هم از نقطه $A(0,0,-1)$ بگذرد و هم با خط $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ موازی شود .

سؤال چهارم. مطلوب است محاسبه مشتق جهتی تابع $u=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ در نقطهٔ $M(1,2,-2)$ در امتداد مماس بر منحنی $C:\begin{cases}x=t\\ y=2t^2\\ z=-2t^4\end{cases}$ در نقطهٔ M.

سؤال پنجم . با توجه به تابع $u=f(xy)+\sqrt{xy}\,g\left(\frac{y}{x}\right)$ ، مطلوب است محاسبهٔ

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

موق باشید

بسمه تعالی

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲ ۹۲/۸/۳۰ مدت زمان: ۱۰۰ دقیقه

۱- مطلوبست محاسبه کنج فرنه (بردارهای یکه مماس، قائم و دوقائم) برای منحنی برداری:

$$r(t) = \sin(t)\cos(t)\, i + sin^2 t j + \cos(t)\, k$$

در نقطه ای متناظر با $t = \frac{\pi}{4}$.

۲- طول و انحنائ خم(منحنی) زیر را بیابید. تعیین کنید که منحنی در چه نقاطی از بازه بیشترین و کمترین انحنا را دارد.

$$r(t) = ti + \cos h(t)\, j, \quad -\frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{4}$$

۳- نشان دهید تابع زیر در مبدا مشتق پذیر است:

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2) sin\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$$

٤- فقط به یکی از دوقسمت (الف) یا (ب) سوال زیر جواب دهید:

الف) مطلوبست محاسبه

$$\frac{\partial}{\partial y} f(yf(x,t), f(y,t))$$

ب) اگر $z = z(x,y)$ تابعی بر حسب y, x باشد، روابطی بر حسب $w(u,v), v, u$ برای $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ ارائه دهید به طوری که $x = ue^w, \quad y = ve^w, \quad z = we^w$

٥- مشتق جهتی (امتدادی) تابع

$$f(x,y,z) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

در نقطه $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ را در امتداد مماس بر منحنی تلاقی دو رویه $x^2+z^2 = 1, \quad x^2+y^2 = 1$ در نقطه $(1,0,0)$ بیابید.

٦- مطلوبست محاسبه نزدیکترین و دور ترین نقطه روی خم $x^2+y^2+xy = 1$ تا مبدا مختصات.

موفق باشید.

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲ — رشته های مهندسی، فیزیک و شیمی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۲/۳ — مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

---

۱. برای خم $\alpha(t) = (\int_۰^t f(u)sinudu, \int_۰^t f(u)cosudu, \int_۰^t f(u)g(u)du)$ که در آن f,g توابع مشتق پذیرند، نشان دهید انحنای منحنی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\kappa = \frac{۱}{f}\sqrt{\frac{۱+g^۲+g'^۲}{(۱+g^۲)^۳}}$$

(۱ نمره)

---

۲. تابع $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$f(x,y) = \begin{cases} x^۲ sin\frac{۱}{x} + y^۲ sin\frac{۱}{y}; & x \neq ۰ \ \ and \ \ y \neq ۰; \\ ۰; & x = ۰ \ \ or \ \ y = ۰. \end{cases}$$

نشان دهید f در $(۰,۰)$ مشتق پذیر است، اما مشتق آن پیوسته نمی باشد. (۱ نمره)

---

۳. در صورتی که $u = x^۳yz^۲$ ، $x^۲+y^۲+z^۲ = ۱$ و $xyz = ۱$ باشد؛ مطلوب است محاسبه $\frac{du}{dx}$.

(۱ نمره)

---

۴. نزدیک ترین و دورترین نقاط بیضی گون $\frac{x^۲}{۴} + y^۲ + \frac{z^۲}{۲} = ۱$ را از نقطه $(۰, ۰, -۱)$ بیابید. (۱ نمره)

---

۵. مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = x^۲ + ۲y^۲ - ۳z^۲$ را در امتداد خط مماس بر منحنی فصل مشترک رویه های $x^۲ + y^۲ - ۲ = ۰$ و $x + z - ۴ = ۰$ در نقطه $A = (۱,۱,۳)$ بدست آورید. (۱ نمره)

← از دو سوال زیر به انتخاب خود یکی را پاسخ دهید: (۱ نمره)

۶. فرض کنید $u = x$ ، $v = x + y$ و $w = x + y + z$. معادله

$$\frac{\partial^۲ z}{\partial x^۲} - ۲\frac{\partial^۲ z}{\partial x \partial y} + (۱ + \frac{y}{x})\frac{\partial^۲ z}{\partial y^۲} = ۰$$

را برحسب تابع جدید w و متغیر های u,v بازنویسی کنید.

۷. رویه درجه دوم $xy - yz = x$ را به شکل کانونیک (نرمال) درآورده و نوع آنرا مشخص کنید.

موفق باشید.

دانشکده ریاضی

به نام خدا

آزمون میان ترم درس معادلات دیفرانسیل

دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده ریاضی

نیمسال دوم ۹۵-۹۴، زمان: ۲ ساعت

تذکر

- درک سوالات امتحان بخشی از امتحان است. لطفا سوال نفرمایید.

۱. جواب عمومی معادله زیر را تعیین کنید

$$y' = \frac{y}{y^3x^2e^y - 2x}$$

۲. اگر $y_1 = \frac{1}{x}$ جوابی از معادله $xy' + y = -\frac{1}{x} + xy^2$ باشد، خانواده ای(دسته ای) از جوابهای معادله مذکور را بدست آورید.

۳. جواب معادله زیر را بدست آورید

$$y'^2 - (y^3 + \cos^2 x)y' + y^3cos^2x = 0$$

۴. شرایطی را بیابید که معادله $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ عامل انتگرال سازی به صورت $\mu = \mu(xy)$ داشته باشد و سپس با استفاده از آن معادله زیر را حل کنید

$$y' = -\frac{y(1+x^4y)}{x}$$

۵. مسیرهای قائم بر دسته منحنی های $r^2 = c\sin(2\theta)$ را بدست آورید.

۶. جواب هریک از معادلات زیر را بدست آورید

$$a)\ \ 1 + y' = (y - xy')^2$$

$$b)\ \ y' = x\sqrt{1 + y'^2}$$

موفق باشید.

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۲/۲۱

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. فقط به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید:

الف- رویهٔ $2x^2 + 4y^2 - 4z^2 + 6xz - 5x + 3y = 2$ را با محاسبهٔ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نرمال کرده، و نوع آن را نیز مشخص سازید.

ب- معادلهٔ صفحهٔ مماس بر بیضیگون $\frac{x^2}{4} + y^2 + z^2 = 1$ واقع در یک هشتم اول فضا را چنان بیابید که صفحهٔ مماس بر آن، محورهای مختصات را با فواصل مساوی تا مبدا قطع کند.

۲. کنج فرنه (متحرک) خم C حاصل از تلاقی استوانه های $x^2 + y^2 = 4$ و $x^2 + z^2 = 4$ را در نقطهٔ $X_0 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$ و با فرض $z > 0$ بیابید.

۳. روابط $v = F(x,y)$ و $u = G(x,y)$ که در آن F و G توابع مشتق پذیری بر حسب x و y هستند، داده شده اند. اگر x و y توابعی مشتق پذیر بر حسب u و v باشند، درستی رابطهٔ زیر را ثابت کنید.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right) = 1$$

۴. نشان دهید که تابع f داده شده با ضابطهٔ زیر در نقطهٔ $(2,0)$ مشتق پذیر نمی باشد.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-2)y}{\sqrt{(x-2)^2 + y^2}} & ; \quad (x,y) \neq (2,0) \\ 0 & ; \quad (x,y) = (2,0) \end{cases}$$

۵. کوتاهترین فاصله بین سهمی $y = x^2$ و خط $x = y + 2$ را بیابید.

توجه: سوال چهارم ده نمره و باقی سوالات هر یک پانزده نمره دارند.

موفق باشید

دانشکده ریاضی

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۲/۲۰

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

توجه: بارم هر سوال ۱۰ نمره منظور گردیده است.

۱. فرم استاندارد رویهٔ درجه دوم زیر را با محاسبهٔ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آن بدست آورده، سپس نوع آن را مشخص سازید.

$$x^۲ - ۲y^۲ + z^۲ + ۶xy - ۲yz + ۲x + ۳y + ۳z - ۱۸ = ۰$$

۲. فرض کنید $\overrightarrow{C} =< ۲\cos(t), \sin(t), \sin(t) >$ مطلوب است تعیین نقاط بیشترین و کمترین انحنای ممکن.($t \in [۰, ۲\pi)$

۳. آیا می توان ضابطهٔ تابع $f(x,y) = \dfrac{\sin(x)\sin(۳y)}{۱ - \cos(x^۲ + y^۲)}$ را در مبدا طوری تعریف کرد که تابعی پیوسته باشد؟

۴. با تغییر متغیر های $u = x$ و $v = xy$ معادلهٔ $x\dfrac{\partial^۲ f}{\partial x \partial y} = y\dfrac{\partial^۲ f}{\partial y^۲} + \dfrac{\partial f}{\partial y}$ به چه معادله ای برحسب u و v تبدیل می شود.

۵. مشتق امتدادی (سوئی) تابع $f(x,y,z) = x^۲ + ۲y^۲ - ۳z^۲$ را در نقطهٔ $(۱, ۱, ۳)$، در امتداد مماس بر منحنی C به معادلهٔ زیر بیابید؛

$$\begin{cases} \varphi_۱ := x^۲ + y^۲ - ۲ = ۰ \\ \varphi_۲ := x + z - ۴ = ۰ \end{cases}$$

۶. مقدار ماکزیمم و مینیمم فراگیر (مطلق) تابع $f(x,y) = ۲x^۲ + xy + \frac{۵}{۴}y^۲ - ۲x - ۲y$ را بر مربع واحد $D \in [۰, ۱] \times [۰, ۱]$ بیابید.

موفق باشید

دانشکده ریاضی

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۹/۸

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

توجه: بارم سوال یک و شش، ۱۵ نمره، و باقی هر یک ۱۰ نمره می باشند.

۱. به کمک مقادیر ویژه و بردارهای ویژه، رویهٔ زیر را نرمال کنید، و نوع آن را مشخص سازید.

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 2\sqrt{6}\,xy + 4yz + \sqrt{6}\,x + 3z = 1$$

۲. ثابت کنید که منحنی $\overrightarrow{C}(t) = \left\langle t, \dfrac{1+t}{t}, \dfrac{1-t^2}{t} \right\rangle$ مسطح است.

۳. پیوستگی تابع زیر را در مبدا مختصات بررسی کنید.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4+y^4}{(x^2+y^2)^{3/2}} & ; \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۴. ابتدا مشتق امتدادی تابع $f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2-1) + y\sin z$ را در نقطهٔ $X_0 = (2,1,\pi)$ و در امتداد $X_1 = (3,-1,2\pi)$ را بیابید.سپس تعیین کنید که در چه امتدادی مشتق ماکزیمم می شود. در انتها امتداد ماکزیمم را نیز بدست آورید.

۵. در صورتیکه $x^2y^2z^3 = x + 2y + z$ باشد $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ را محاسبه کنید.

۶. صفحهٔ $4x + 9y + z = 0$ سهمی گون $z = 2x^2 + 3y^2$ را در یک بیضی قطع می کند. بالاترین و پایین ترین نقاط روی این بیضی را بیابید.

موفق باشید

دانشکده ریاضی

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۹/۸

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

توجه: بارم سوال یک و شش، ۱۵ نمره، و باقی هر یک ۱۰ نمره می باشند.

۱. به کمک مقادیر ویژه و بردارهای ویژه، رویهٔ زیر را نرمال کنید، و نوع آن را مشخص سازید.

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 2\sqrt{6}\,xy + 4yz + \sqrt{6}\,x + 3z = 1$$

۲. ثابت کنید که منحنی $\overrightarrow{C}(t) = \left\langle t, \dfrac{1+t}{t}, \dfrac{1-t^2}{t} \right\rangle$ مسطح است.

۳. پیوستگی تابع زیر را در مبدا مختصات بررسی کنید.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4 + y^4}{(x^2+y^2)^{3/2}} & ; \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۴. ابتدا مشتق امتدادی تابع $f(x,y,z) = \ln(x^2 + y^2 - 1) + y\sin z$ را در نقطهٔ $X_0 = (2,1,\pi)$ و در امتداد $X_1 = (3,-1,2\pi)$ را بیابید.سپس تعیین کنید که در چه امتدادی مشتق ماکزیمم می شود. در انتها امتداد ماکزیمم را نیز بدست آورید.

۵. در صورتیکه $x^2y^2z^3 = x + 2y + z$ باشد $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ را محاسبه کنید.

۶. صفحهٔ $4x + 9y + z = 0$ سهمی گون $z = 2x^2 + 3y^2$ را در یک بیضی قطع می کند. بالاترین و پایین ترین نقاط روی این بیضی را بیابید.

موفق باشید

دانشکده ریاضی

به نام خدا نام و نام خانوادگی: تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۲/۱۲	دانشکده ریاضی نیمسال دوم ۹۸ -۱۳۹۷ امتحان میان ترم ریاضی عمومی(۲) رشته های فنی مهندسی و فیزیک	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه درک سوالات قسمتی از امتحان است. هر سوال یک نمره دارد.

۱) نوع رویه درجه دوم زیر را به ازای مقادیر مختلف k مشخص کنید.

$$x^2+y^2+z^2+4xz-2yz=k$$

۲) فرض کنید منحنی C فصل مشترک رویه های $xy+z=1$ و $x^2+y+z=2$ باشد. برای این منحنی بردارهای T,N,B و مقدار انحنا را در نقطه $(1,2,-1)$ بیابید.

۳) معادله صفحه‌ای را بنویسید که بر رویه $z=xy$ مماس و بر خط $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-1}$ عمود است.

۴) تابع f مفروض است.

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3y^2}{x^6+y^4} & (x,y)\neq(0,0)\\[2ex] 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

الف) آیا f در مبدا پیوسته است؟

ب) آیا $\frac{\partial f}{\partial x}$ در مبدا پیوسته است؟

ج) مشتق جهتی f در مبدا را در امتداد بردار یکه و دلخواه $u=(u_1,u_2)$ بدست آورید.

۵) $z=f(x,y), u=u(x,y), v=v(x,y)$ و $u+v=y,\ u^2+v^2=x,\ u^3+2v^3=z$

مطلوب است محاسبه $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$.

۶) مطلوب است محاسبه اکسترمم های نسبی و مطلق تابع $f(x,y)=3x^2+4xy+3y^2$ روی ناحیه $\{(x,y); x^2+y^2\leq 1\}$.

موفق باشید.

به نام خدا نام و نام خانوادگی: صالح اصلانی تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۲/۱۲	دانشکده ریاضی نیمسال دوم ۹۸ -۱۳۹۷ امتحان میان ترم ریاضی عمومی(۲) رشته های فنی مهندسی و فیزیک	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه درک سوالات قسمتی از امتحان است. هر سوال یک نمره دارد.

۱) نوع رویه درجه دوم زیر را به ازای مقادیر مختلف k مشخص کنید.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xz - 2yz = k$$

۲) فرض کنید منحنی C فصل مشترک رویه های $xy + z = 1$ و $x^2 + y + z = 2$ باشد. برای این منحنی بردارهای T, N, B و مقدار انحنا را در نقطه $(1,2,-1)$ بیابید.

۳) معادله صفحه‌ای را بنویسید که بر رویه $z = xy$ مماس و بر خط $\frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ عمود است.

۴) تابع f مفروض است.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2}{x^6 + y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

الف) آیا f در مبدا پیوسته است؟

ب) آیا $\frac{\partial f}{\partial x}$ در مبدا پیوسته است؟

ج) مشتق جهتی f در مبدا را در امتداد بردار یکه و دلخواه $u = (u_1, u_2)$ بدست آورید.

۵) $z = f(x,y), u = u(x,y), v = v(x,y)$ و $u + v = y,\ u^2 + v^2 = x,\ u^3 + 2v^3 = z$

مطلوب است محاسبه $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$.

۶) مطلوب است محاسبه اکسترمم های نسبی و مطلق تابع $f(x,y) = 3x^2 + 4xy + 3y^2$ روی ناحیه $\{(x,y); x^2 + y^2 \leq 1\}$.

موفق باشید.

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

برگشت شوند

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲   رشته‌های مهندسی   تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۹/۶

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

توجه: بارم سوالات ۳ و ۵ هر یک ۱۵ نمره بوده و باقی سوالات هر یک ۱۰ نمره می باشند.

۱. خم C از تلاقی دو رویهٔ $y = ۲$ و $۲x^۲ + z^۲ = ۴$ بدست آمده است.

(الف) انحنای خم C را در نقطهٔ $P_\circ(\sqrt{۲}, ۲, \circ)$ بیابید. ۵

(ب) معادلهٔ صفحه مماس بر C را در نقطه $P_\circ$ حساب کنید. ۵

۲. پیوستگی تابع زیر را درکل صفحهٔ $\mathbb{R}^۲$ بررسی کنید.

$$f(x,y) = \begin{cases} y^۲ \sin\left(\dfrac{۱}{x-y}\right) & ; \quad x \neq y \\ \circ & ; \quad x = y \end{cases}$$

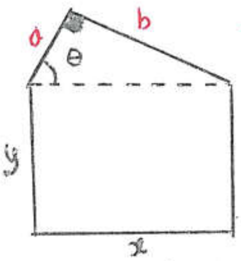
۳. تابع f داده شده است

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{۲x^۲ y}{x^۴ + y^۲} & ; \quad (x,y) \neq (\circ, \circ) \\ \circ & ; \quad (x,y) = (\circ, \circ) \end{cases}$$

(الف) نشان دهید که تابع f_x در مبدا مختصات ناپیوسته است. ۷

(ب) مشتق امتدادی تابع f را در مبدا و در جهت بردار یکه $\vec{u} = (u_۱, u_۲)$ بر حسب $u_۱$ و $u_۲$ بنویسید.$(u_۲ \neq \circ)$ ۸

۴. اگر $x^۲ + y^۲ + z^۲ + \omega^۲ = ۱$ و $x + ۲y + ۳z + ۴\omega = ۲$ و نیز $x = x(y,z)$ و $\omega = \omega(y,z)$ ، آنگاه $\dfrac{\partial^۲ x}{\partial y^۲}$ را محاسبه کنید.



$\frac{a}{x} = \cos(\theta)$

۵. می خواهیم پنجره ای مطابق شکل مقابل بسازیم. بطوریکه محیط آن مقدار ثابت ۱۲ متر باشد. مقادیر x، y و θ را چنان بیابید تا مساحت پنجره ماکزیموم گردد.

۶. رویهٔ $۳(x^۲ + y^۲) + ۴z(x+y) = ۲xy$ داده شده، آن را نرمال کرده و نوع آن را مشخص سازید.

$(\lambda^۲ - ۳\lambda)(\lambda - ۳) = \lambda^۳ - ۶\lambda^۲ - ۹\lambda$

$\lambda^۲ - ۷\lambda + ۱۲$

$\lambda(\lambda - ۴)(\lambda - ۳) =$

$x + ۲y + ۳z + ۴\omega = ۲$

$x^۲ + y^۲ + z^۲ + \omega^۲ = ۱$

موفق باشید

دانشکده ریاضی

$-2x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 0$

بسمه‌تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۲   رشته‌های مهندسی   تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۸/۲۴

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. اگر u و v توابعی از دو متغیر مستقل x و y باشند بطوریکه،

$$x^2 \ln u + \frac{v}{y} = \sin x \qquad ; \qquad \frac{u}{v} + \frac{y}{x} = \cos y$$

مطلوبست محاسبهٔ $\frac{\partial v}{\partial y}$.

(۱۰ نمره)

۲. پیوستگی تابع f را در مبدا مختصات بررسی کنید.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y^2}{x^6 + y^4} & ; \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(۱۰ نمره)

۳. ابتدا مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس متقارن متناظر با رویهٔ $S : (x+y)^2 + 2y + 2z = 0$ را یافته، و سپس رویه را نرمال نمایید.

(۱۰ نمره)

۴. معادلهٔ دایره انحنا (بوسان) خم $\vec{r}(t) = < 2\ln t, -t - \frac{1}{t} >$ را در نقطهٔ $X_0 = (0, -2)$ بدست آورید.

(۱۰ نمره)

۵. ثابت های α ، β و γ را طوری تعیین کنید، که مشتق امتدادی (جهتی) تابع

$$f = \alpha xy^{۲} + \beta yz + \gamma x^{۲} z^{۲}$$

در نقطهٔ $A = (۱, ۲, -۱)$ دارای مقدار ماکزیموم ۶۴ در جهتی موازی محور z ها باشد.

(۱۰ نمره)

۶. نشان دهید همهٔ صفحات مماس بر رویهٔ $z = xf\left(\frac{y}{x}\right)$ از مبدا مختصات می گذرند.

(۱۰ نمره)

۷. اکسترمم تابع f با ضابطهٔ $f(x,y) = \sin(x)\sin(y)\sin(x+y)$ را بر ناحیهٔ محدود به خطوط $x = ۰$ ، $y = ۰$ و $x + y = \pi$ بیابید.

(۱۰ نمره)

موفق باشید

دانشکده ریاضی

بسمه تعالي

IUST

آزمون میان‌ترم رياضي عمومي۲

۱- نوع رويه‌ي $ax^{۲} + by^{۲} + z^{۲} = ۱$ را به ازاء مقادير مختلف a و b مشخص كنيد.

۲- فرض كنيد منحني C با ضابطه $\vec{r}(t) = (e^{t}, e^{t^{۲}}, e^{t^{۳}})$ باشد. ثابت كنيد

الف) $\vec{T}(۰) + \vec{N}(۰) + \vec{B}(۰) = \vec{r}(۰)$

ب) $k(۰) + \tau(۰) = ۵$

$\vec{T}(t)$ بردار يكه مماس، $\vec{N}(t)$ بردار يكه قائم اصلي، $\vec{B}(t)$ بردار يكه قائم دوم، $k(t)$ انحناء و $\tau(t)$ تاب منجني C.

۳- وجود يا عدم وجود حدود زير را ثابت كنيد

الف) $\lim\limits_{(x,y)\to(۰,۰)} (x^{۲} + y^{۲}) \sin(\frac{۱}{x^{۲}+y^{۲}})$ ب) $\lim\limits_{(x,y)\to(۰,۱)} y^{\frac{۱}{x}}$

٤- اگر $f(x,y,z) = \sin(x^{۲} + y^{۲} + z^{۲})$ باشد، ثابت كنيد

$$\frac{\partial x}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}$$

۵- معادله صفحه مماس و خط قائم بر رويه‌ي $\sqrt{x^{۲} + y^{۲}} - \sqrt{۱۳} + z^{۲} = ۱$ را در نقطه‌ي $(۲,۳,-۱)$ به دست آوريد.

٦- اكسترمم‌هاي فرآگير تابع $f(x,y,z) = \sin(x)\sin(y)\sin(z)$ را روي صفحه‌ي $x + y + z = \frac{\pi}{۲}$ در يك‌هشتم اول فضا ($x \geq ۰$ و $y \geq ۰$ و $z \geq ۰$) را از روش ضرايب لاگرانژ به دست آوريد.

سلامت وپيروز باشيد

بسمه تعالی

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲ — مدت: ۱۰۵ دقیقه — دانشگاه علم و صنعت ایران — ۱۴-۹-۱۹

۱- الف) معادلهٔ صفحه‌ای را پیدا کنید که از نقطهٔ $(2,3,-4)$ می‌گذرد و بر صفحات $x+2y-3z=5$ و $x-y+z=7$ عمود باشد.

ب) نشان دهید خطوط L_1 و L_2 متنافرند و فاصلهٔ بین آنها را پیدا کنید.

$L_1: \ x=y=z$

$L_2: \ x+1=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$

۲- مطلوبست محاسبه بردارهای $\vec{T}$ و $\vec{N}$ و انحناء برای

$$r(t)=\sqrt{2}\cos t\,\hat{i}+\sin t\,\hat{j}+\sin t\,\hat{k}$$

۳- ثابت کنید هر صفحه‌ای که مماس بر سطح مفروض $z=xf\left(\frac{y}{x}\right)$ در نقطهٔ $M(x_0,y_0,z_0)$ آن باشد $(x_0\neq 0)$ از مبدا مختصات عبور می‌کند.

۴- تابع z بوسیله معادلهٔ زیر معین شده است

$$x^2+y^2+z^2=\varphi(ax+by+cz)$$

که در آن φ تابع دیفرانسیل پذیر و a و b و c مقادیر ثابت اند. ثابت کنید

$$(cy-bz)\frac{\partial z}{\partial x}+(az-cx)\frac{\partial z}{\partial y}=bx-ay$$

۵- تابع

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x|y|}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

مفروض است.

الف) آیا $\frac{\partial f}{\partial x}$ و $\frac{\partial f}{\partial y}$ در $(0,0)$ پیوسته‌اند؟

ب) آیا تابع f در $(0,0)$ دیفرانسیل پذیر است؟

۶- ثابت کنید مشتق تابع $z=\frac{y^2}{x}$ در هر نقطهٔ دلخواه بیضی $2x^2+y^2=c^2$ در طول قائم بر بیضی مساوی صفر است.

۷- نقاطی را بیضی فصل مشترک صفحه $x+y+2z=2$ و رویهٔ $z=x^2+y^2$ پیدا کنید که نزدیکترین و دورترین نقاط به مبدأ باشند.

موفق باشید

مستقیم

به نام خدا

امتحان میان ترم نیمسال دوم ۸۱-۸۲ ریاضی عمومی ۲ — مدت امتحان ~~۲~~ ۱/۵ ساعت

۱- اگر $z=f(y\ln x)$ باشد، آنگاه: $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-x^2\ln x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

$144+256+144+256$ $\quad 36+64-72\ \ 128$

۲- اکسترمم تابع $f(x,y)=x^2+y^2-12x+16y$ را بر مجموعهٔ $x^2+y^2\le 25$ محاسبه کنید.

۳- تابع
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^4y^4}{(x^2+y^4)^3}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$
مفروض است. پیوستگی این تابع را بررسی کنید.

۴- تابع برداری زیر مفروض است: $\vec{R}(t)=(\ln t)\hat{i}+(\sqrt{2}\,t)\hat{j}+\left(\frac{t^2}{2}\right)\hat{k}\ ;\ t>0$

اولاً T، N، B، K و α را بیابید. ثانیاً معادلهٔ صفحهٔ بوسان و مختصات مرکز انحنا (خمیدگی) را پیدا کنید.

$-t^{-2}\quad +2t^{-3}$

۵- مشتق سوئی تابع $w=x^2zy^3$ را در امتداد مماس بر خم c به معادلهٔ پارامتری:
$$\vec{r}(u)=e^{-u}\hat{i}+(2\sin u+1)\hat{j}+(u-\cos u)\hat{k}$$
را بیابید.

توجه: هر سؤال را در صفحهٔ مجزا پاسخ دهید. سؤال ۴، ۲ نمره و بقیه سؤالات هر کدام ۱/۵ نمره است.

$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\frac{x^4y^4}{(x^2+y^4)^3}}{x-y}$

موفق و پیروز باشید

دانشکدهٔ ریاضی

دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده ریاضی

آزمون میان ترم درس ریاضی عمومی دو – ترم اول ۸۵–۱۳۸۴

۱– فرض کنید $\vec{r}(t) = (e^t\cos t, e^t\sin t, e^t)$. مطلوب است انحناء، تاب و دایرهٔ انحناء (بوسان) در نقطهٔ $X_0 = \vec{r}(0)$. (۷ امتیاز)

۲– فرض کنید $S_1 : x^2 + y^2 = 1$، $S_2 : z = x$ و $C = S_1 \cap S_2$. نوع هر یک از این اشکال را در $\mathbb{R}^3$ مشخص نموده و آنها را در یک دستگاه مختصات ترسیم کنید. (٦ امتیاز)

۳– مقادیر و بردارهای ویژهٔ ماتریس زیر را بدست آورید: (۷ امتیاز)

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

۴– در پیوستگی تابع زیر بر $\mathbb{R}^2$ بحث کنید: (٦ امتیاز)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ \dfrac{1}{2} & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۵– رابطهٔ $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = z$ را بر حسب متغیرهای جدید $u = x$ و $v = \dfrac{y}{x}$ بازنویسی کنید. (۷ امتیاز)

٦– مقادیر ماکزیموم و مینیموم تابع $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ را روی بیضی فصل مشترک مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ و صفحهٔ $x - 2z = 3$ بیابید. (۷ امتیاز)