

سپتالی

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \quad \text{۱- فرض کنید}$$

(a) $f(0,0)$ و $f_x(0,0)$ را در نقطه صفری بیابید. (b) آیا f در $(0,0)$ پیوسته است.
 (c) آیا f_x و f_y در $(0,0)$ پیوسته اند.

۲- نشان دهید مخروط $x^2 + y^2 = z^2$ حجم کره $x^2 + y^2 + z^2 = az$ را به نسبت دو ۳ تقسیم می کند.

۳- سطح مستوی از صفحه $z = 2x$ را که در داخل سهمی $z = x^2 + y^2$ قرار می گیرد را می بینید.

۴- محلیت بررسی قضیه گرین برای میدان نیروی $F(x,y) = y^2 i + 2xy j$ در ناحیه D محدود در $xy = x^2$ و $y = x$ منتهی.

۵- محلیت بررسی قضیه دیویرنسیال برای میدان نیروی $F = x i + y j + z k$ در رویه لبه تشکیل از رویه استوانه ای $x^2 + y^2 = a^2$ و صفحات $z = h$ و $z = -h$.

۶- استفاده از قضیه استوکس نشان دهید

$$\oint_C y dx + z dy + x dz = \sqrt{3} \pi a^2$$

که در آن C محل برخورد دو رویه $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و صفحه $x + y + z = 0$ باشد.

سوال ۹

باسمه‌ای تعالی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲

مدت آزمون : ۱۰۰ دقیقه

$$\int_0^1 \int_{\arctan(x)}^{\frac{\pi}{4}} \ln(\cos(y)) dy dx$$

سوال (۱) مطلوب است محاسبه انتگرال دوگانه

سوال (۲) مرکز جرم قسمتی از سهموی $z = 16 - x^2 - y^2$ واقع در ربع اول مختصات که بین دو استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 9$ قرار می‌گیرد، در صورتی که $\delta(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}}$

سوال (۳) اگر T حجم محصور به استوانه $x^2 + z^2 = 1$ از $y = 0$ تا $y = 1$ باشد، انتگرال سه‌گانه زیر را محاسبه نمایید.

$$\iiint_T (x^2 + y + z^2)^3 dx dy dz$$

سوال (۴) قضیه گرین را برای میدان برداری $F(x, y) = (x^2 - y^2, x^2 + y^2)$ و منحنی مثلثی شکل C با رئوس $(0,0)$ ، $(1,0)$ و $(1,1)$ تحقیق کنید.

سوال (۵) اگر S رویه‌ای به معادله $z = 4 - x^2 - y^2$ با شرط $z \geq 0$ باشد، انتگرال سطح زیر را محاسبه نمایید.

$$\iint_S (x^2 + y^2) d\sigma$$

سوال (۶) شار برون سوی F بر سطح S را محاسبه کنید اگر

$$F = \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}} \vec{i} + \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}} \vec{j} + \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}} \vec{k} ; S: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

در پناه حق باشید.

آزمون درس ریاضی عمومی ۲

(۱) معادله صفحه‌ای را بنویسید که از خط l می‌گذرد و بر رویه S مماس است:

$$l : \begin{cases} 3x + z = 1 \\ 3y + z = 10 \end{cases} \quad S : x^2 + y + z = 3$$

(۲) بردار یکه مماس بر مسیر حرکت متحرکی که با قانون زیر حرکت می‌کند را در لحظه $t = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ بدست آورید:

$$x = 3 \int_0^t \sin(u^2) du, \quad y = 5 \int_0^t \cos(u^2) du, \quad z = 4 \int_0^t \sin(u^2) du$$

سپس مشتق سویی تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ را در امتداد این بردار و در نقطه $X_0 = (1, 2, \frac{1}{2})$ محاسبه کنید.

(۳) فرض کنید $f(u, v, w)$ تابعی مشتقپذیر است و $f(x - y, y - z, z - x) = 0$ در این صورت، مقدار عبارت زیر را محاسبه کنید:

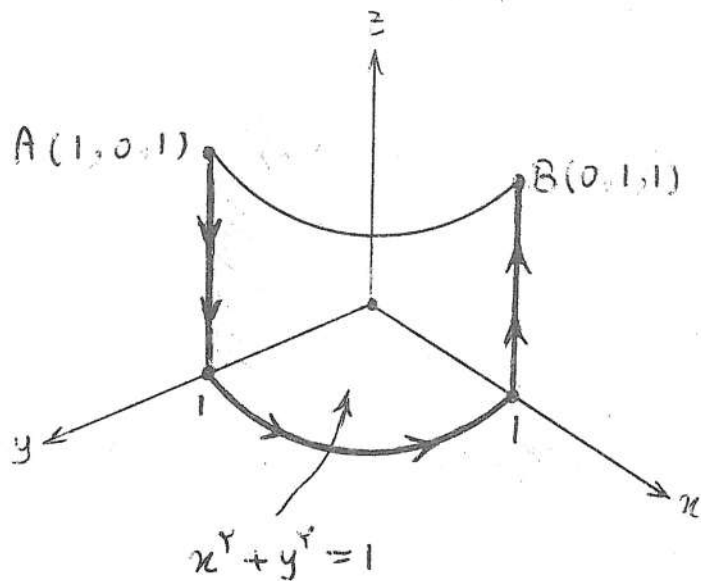
$$1 - x \frac{\partial z}{\partial y} - y \frac{\partial z}{\partial x}$$

(۴) مساحت آن قسمت از سطح $S : z = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$ که توسط رویه‌های

$$S_1 : x^2 + y^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 = 4$$

جدا شده است و در یک هشتم اول قرار دارد را محاسبه کنید.

(۵) متحرکی بر مسیر نشان داده شده در شکل زیر حرکت می‌کند. کار انجام شده توسط این متحرک تحت تأثیر میدان برداری $\vec{F} = (yz - 2x)\vec{i} + (xz - 2y)\vec{j} + (xy - 2z)\vec{k}$ را محاسبه کنید:



(۶) قضیه دیورژانس را برای رویه S که عبارت از سطح خارجی جسم محدود به نیم کره $z = 2 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ و مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ می‌باشد و میدان برداری $\vec{F} = (x^3, y^3, z^3)$ تحقیق کنید.

(۷) مقدار کار انجام شده توسط متحرکی که بر منحنی بسته

$$C : x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 + z = 1$$

حرکت می‌کند و تحت تأثیر میدان برداری $\vec{F} = (x^2y, -y^3, 3)$ قرار دارد را یک بار، و بار دیگر به کمک قضیه استوکس محاسبه کنید.

موفق و سربلند باشید.

۱۳۷۹/۱۰/۲۴

آزمون ریاضی عمومی II دانشگاه علم و صنعت ایران

۱- رویه‌ای به معادله $x^2 + yz^2 - 2y^2 + 5x - 4 = 0$ و معادله پارامتری $x = t+1$ ،
 $N = (2, 1, 2)$ بر رویه در نقطه $M = (1, -1, 0)$ نقطه $Z = t^2 + 1$ ، $y = 2t - 1$ ،
 بر معنی من باشند. معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A = (-1, 2, 1)$ عبور کند و با صفحه مماس بر رویه در نقطه M
 موازی باشد و خط مماس بر معنی در نقطه N را قطع کند.

۲- پویایی تابع زیر را بررسی کنید:

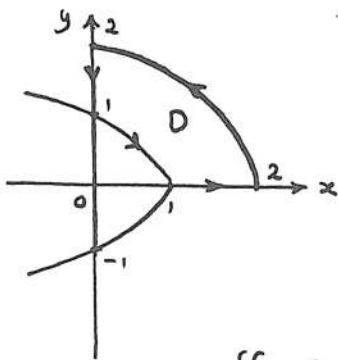
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^4}{x^4 + y^4} & ; (x, y) \rightarrow (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۳- اگر u و v تابعی از دو متغیر مستقل x و y باشند به طوری که $u - 2v^2 = x - 2y$ ،
 $3x + y = v - u^2$ باشد، $\frac{\partial u}{\partial x}$ و $\frac{\partial v}{\partial y}$ را محاسبه کنید.

۴- شتابی با میر $\vec{r}(t) = (4\sqrt{t}, -2t^2, \frac{8(t-1)}{\sqrt{t+3}})$ در حال حرکت است. مطلوبیت محاسبه.

۵- شش سویی تابع $z = 1 - (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2})$ را در نقطه $(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$ در استاندارد قائم (محدود) بر معنی
 $\vec{T}, \vec{N}, \vec{B}, a_T, a_N$ در $t=1$ محاسبه کنید.

۶- حجم جسم صلبی که محدود به سطح مخروطی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ محاسبه کنید.
 $(z-2)^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2}$ و بالای صفحه xy را محاسبه کنید.



۷- انتگرال خط زیر را محاسبه کنید:

$$\oint_C x^2 dy - dx$$

که در آن C (مطابق شکل) مرز ناحیه D محدود به $x = 1 - y^2$ و $x^2 + y^2 = 4$ می باشد.

۸- انتگرال سطح زیر محاسبه کنید:

$$\iint_S (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) ds$$

(5)

که در آن $S: \{(x, y, z) ; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\}$ می باشد.

۹- ریتی قضیه استوکس را در انتگرال خط زیر بررسی کنید:

$$\oint_C (y-z) dx + (z-x) dy + (x-y) dz$$

که در آن C بیضی به معادله $x+z=1$ و $x^2+y^2=1$ می باشد.



به نام خدا

دانشکده ریاضی

سوالات امتحان ریاضیات عمومی ۲

وقت: ۲ ساعت

شنبه ۵ تیر ۱۳۷۸

اساتید: دانشکده ریاضی

(۱) معادله تصویرخط $\frac{-x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}$ را روی صفحه $x+z=3+y$ بیابید.

(۲) اگر u و v توابع مشتقپذیری از x و y باشند، ثابت کنید

$$\text{grad } f(u, v) = \frac{\partial f}{\partial u} \text{grad } u + \frac{\partial f}{\partial v} \text{grad } v$$

(۳) تابع f به صورت زیر داده شده است، ابتدا پیوستگی f را در نقطه $(0, 1)$ بررسی کنید و سپس مقدار $f_x(0, 1)$ به کمک تعریف محاسبه کنید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x(y-1)}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}} & (x, y) \neq (0, 1) \\ 0 & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

(۴) تابع مشتقپذیر $z = z(x, y)$ با معادله ضمنی $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$ داده شده است، نشان دهید که

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$$

(۵) اکستریمهای نسبی تابع $z = \cos^2 x + \cos^2 y$ به شرط اینکه $x = y + \frac{\pi}{4}$ در صورت وجود بیابید.

بسمه تعالی

دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

آزمون پایان ترم درس ریاضی عمومی دو، ترم دوم ۷۸-۷۹، شنبه ۷۹/۳/۲۸ ساعت ۸-۱۰

(۱) هر گاه $f\left(\frac{y}{x}, \frac{x}{z}\right) = 0$ و z تابعی از دو متغیر x و y باشد، عبارت $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ را بدست آورید.

(۲) در پیوستگی تابع زیر بر \mathbb{R}^2 بحث کنید:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(۳) ثابت کنید مشتق تابع $u = f(x, y, z)$ در جهت گرادیان آن برابر است با قدر مطلق گرادیان.

(۴) فرض کنید ضابطه حرکت متحرکی به صورت $\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, \sqrt{2}e^t)$ باشد. مؤلفه‌های شتاب مماسی \vec{a}_T و شتاب قائم \vec{a}_N آن را در لحظه $t = 0$ بدست آورید.

(۵) مساحت ناحیه محدود به خم $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right)^2 = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$ را محاسبه کنید.

(۶) در صورتی که Ω ناحیه محدود به رویه‌های $z = x$ ، $xy = \pi$ ، $y = \frac{\pi}{y}$ و $z = 0$ باشد و چگالی جرم نقطه به مختصات (x, y, z) آن برابر $\sin(xy)$ باشد، گشتاور ماند (اینرسی) Ω را نسبت به صفحه xOz محاسبه کنید.

(۷) فرض کنید Ω حجم محدود به مخروط $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ و صفحه $y = 4$ است و S سطح خارجی آن می‌باشد. انتگرال تابع $h(x, y, z) = y\sqrt{x^2 + z^2}$ را بر S محاسبه کنید.

(۸) فرض کنید Ω حجم محدود به استوانه $x^2 + y^2 = 4$ و صفحات $z = 0$ و $z = 3$ است و S سطح خارجی آن می‌باشد. همچنین فرض کنید که $\vec{F} = (4x, -2y^2, z^2)$. درستی قضیه دیورژانس را برای میدان برداری \vec{F} و رویه بسته S بررسی کنید.

(۹) مقدار انتگرال خط $\oint_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$ را بر بیضی حاصل از برخورد استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و صفحه $x + z = 1$ محاسبه کنید.

استفاده از ماشین حساب ممنوع است،
موفق و سربلند باشید.

دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

آزمون پایانی درس ریاضی عمومی دو
ترم اول سال تحصیلی ۱۳۸۱-۱۳۸۰ مورخ ۱۳۸۰/۱۰/۲۲ نوبت اول

۱- نشان دهید که منحنی

$$\vec{r}(t) = (3t^2 - 9t, 3t - 3t^2, 2t^2 - 3t + 5)$$

مسطحه است و سپس معادله صفحه‌ای که منحنی بر آن قرار دارد را بیابید.

۲- فرض کنید $w = f(x, y)$ تابعی مشتقپذیر باشد، $x = u + v$ و $y = uv^2$. در این صورت $\frac{\partial^2 w}{\partial u \partial v}$ را محاسبه کنید.

۳- نشان دهید که تابع زیر در مبدا پیوسته است و مشتقات جزئی آن نیز در مبدا وجود دارند:

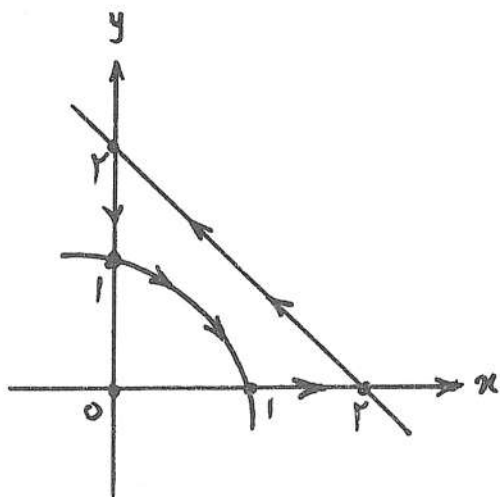
$$f(x, y) = \begin{cases} x & \text{اگر } |x| \leq |y| \\ -x & \text{اگر } |x| > |y| \end{cases}$$

در حالی که این تابع در مبدا مشتقپذیر نیست.

۴- اکستریمومهای موضعی تابع $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2)$ را بیابید.

۵- فرض کنید D ناحیه محدود به چهار سهمی $x^2 = \pi y$ ، $x^2 = \pi y$ ، $x^2 = 2y^2$ و $x^2 = 2y^2$ و $x = y^2$ است و چگالی نقطه به مختصات (x, y) از D برابر $\frac{\sin(xy)}{y}$ می‌باشد. گشتاور D حول محور y ها را محاسبه کنید.

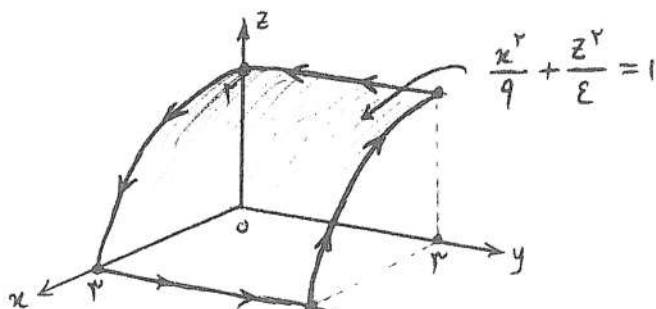
۶- قضیه گرین را برای میدان برداری $\vec{F}(x, y) = (-y^3, x^3)$ و منحنی نشان داده شده در شکل مقابل تحقیق کنید.



دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

امتحان پایان ترم درس ریاضی عمومی ۲، نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۸۱-۸۲
شنبه ۲۱/۱۰/۱۳۸۱ - نوبت اول - ۱۲۰ دقیقه

- ۱- تنها به یکی از دو مورد زیر پاسخ دهید:
الف) ابتدا وضعیت دو خط داده شده را نسبت به هم مشخص کرده و سپس فاصله آن دو را محاسبه کنید: $\ell_1: 3y + x = 7, 11y + z = 29$ و $\ell_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{8} = \frac{4-z}{7}$.
- ب) در پیوستگی تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{|x|^3 + |y|^2} & \text{اگر } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{اگر } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ بر \mathbb{R}^2 بحث کنید.
- ۲- اگر نقطه با مختصات (x, y, z) از کره توپر $\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4z\}$ دارای چگالی جرمی $\delta = \frac{2z}{x^2 + y^2}$ باشد، گشتاور ماند این جسم حول محور z ها را محاسبه کنید.
- ۳- نشان دهید که انحنای منحنی با معادله قطبی $r = f(\theta)$ در هر نقطه دلخواه برابر است با:
$$\kappa(\theta) = \frac{2(f'(\theta))^2 + (f(\theta))^2 - f(\theta)f''(\theta)}{[(f(\theta))^2 + (f'(\theta))^2]^{3/2}}$$
- ۴- فرض کنید $u = f\left(x + \frac{y}{z}, y + \frac{x}{z}\right)$. معادله دیفرانسیلی بنویسید که تابع $u(x, y, z)$ جواب آن باشد.
- ۵- ثابت کنید که میدان برداری $\vec{F} = (2x + 2yz, 3y^2 + 2xz, 4 + 2xy)$ پایستار است و سپس تابع پتانسیل آن را یافته و کار نیروی \vec{F} را از $A = (1, -1, 3)$ تا $B = (3, 2, 1)$ بدست آورید.
- ۶- انتگرال تابع $f(x, y) = e^{x+2y}$ را بر مجموعه $D = \{(x, y) : |x| + 2|y| \leq a\}$ محاسبه کنید، که a عددی ثابت است.
- ۷- فرض کنید Ω حجم محدود به دو سهمی گون بیضوی $z = 2 - x^2 - y^2$ و $z = 2(x^2 + y^2) - 4$ است و S سطح خارجی آن می باشد. شار عبوری از S توسط میدان برداری $\vec{F} = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/3}}$ را محاسبه کنید.
- ۸- از میدان برداری $\vec{F} = (z, x, x)$ بر منحنی نشان داده شده در شکل زیر انتگرال بگیرید:



دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

امتحان پایان ترم درس ریاضی عمومی ۲، نیمسال دوم سال تحصیلی ۸۲-۱۳۸۱
شنبه ۱۳۸۲/۶/۱ - نوبت اول - ۱۲۰ دقیقه

۱- فرض کنید $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. نشان دهید $B^{-1} = B^2 - 3B + 3I$ و سپس B^{-2} را بدست آورید.

۲- مقدار انتگرال $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{3y}}^{\sqrt{4-y^2}} \ln(x^2 + y^2) dx \right) dy$ را محاسبه کنید.

۳- در صورتی که Ω حجم جسم محدود به مخروط $x^2 + xy + xz = yz$ و صفحه $x^2 + y + z = 1$ باشد، از تابع $f(x, y, z) = y + z$ بر Ω انتگرال بگیرید. (راهنمایی: از تغییر متغیر $u = x + y$ و $v = x + z$ و $w = y + z$ استفاده کنید).

۴- در صورتی که C مرز مثلثی با رئوس در نقاط $(0, 0)$ ، $(2, 0)$ و $(0, 3)$ باشد، قضیه گرین را برای منحنی C و میدان برداری $\vec{F} = y^2 \vec{i} + x^2 \vec{j}$ تحقیق کنید.

۵- فرض کنید S قسمتی از صفحه $x + y + z = 1$ است که در یک هشتم اول قرار دارد و نقطه (x, y, z) از آن دارای چگالی جرمی $\delta = \frac{x+y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ است. گشتاور مرتبه اول S حول مبدا مختصات را بیابید.

۶- فرض کنید S سطح خارجی کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$ است و $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$. شار گذرنده از S توسط میدان برداری \vec{F} را محاسبه کنید: $\iint_{(S)} \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$.

توجه: بارم آزمون میان ترم به همراه کار کلاسی ۸ نمره بوده و آزمون حاضر ۱۲ می باشد. هر سؤال از این آزمون ۲ نمره دارد.

موفق و سربلند باشید،
دانشکده ریاضی.

دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

امتحان پایان ترم درس ریاضی عمومی ۲، نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۸۲-۳
شنبه ۱۳۸۲/۱۰/۲۰ - نوبت اول - ۱۲۰ دقیقه

۱- به یکی از دو مورد زیر پاسخ دهید:

الف) رویهٔ درجه دوم $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy + 2xz + 2yz + x - y = 0$ را به شکل
کانونی تبدیل کرده، نوع آن را مشخص کنید.

ب) ابتدا مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیر به ماتریس A را بدست آورده و سپس
آن را قطری کنید:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

۲- شعاع و مرکز دایرهٔ حاصل از برخورد کرهٔ $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ با صفحهٔ
 $x + y + z = 3\sqrt{3}$ را بیابید.

۳- فرض کنید

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

الف) مطلوبست محاسبهٔ $f'(0, 0) = \nabla f(0, 0)$.

ب) با استفاده از تعریف مشتق سویی، مقدار $D_{\vec{u}}f(0, 0)$ را که در آن

$$\vec{u} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

را محاسبه کنید.

ج) آیا $f(x, y)$ در $(0, 0)$ مشتقپذیر است؟ چرا؟

۴- معادله لاپلاس $\nabla^2 u := \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ را در مختصات استوانه‌ای بیابید.

۵- فرض کنید C سیمی است واقع در یک هشتم اول که از محل تلاقی سهمی‌گون بیضوی $z = 2 - x^2 - 2y^2$ و استوانه $z = x^2$ حاصل شده است و از $(0, 1, 0)$ تا $(1, 0, 1)$ ادامه دارد. در صورتی که چگالی نقطه (x, y, z) از آن برابر $\delta(x, y, z) = xy$ باشد، جرم آن را محاسبه کنید.

۶- جرم جسم محصور بین صفحات مختصاتی و رویه $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} + \sqrt{\frac{z}{c}} = 1$ با تابع چگالی $\delta(x, y, z) = \left(\frac{y}{b} \cdot \frac{z}{c}\right)^{-2/3}$ را بیابید. (راهنمایی: از تغییر متغیر $x = au^3$ و $y = bv^3$ و $z = cw^3$ استفاده کنید).

۷- فرض کنید C منحنی بسته مرکب از منحنی حلزونی شکل $r(\theta) = \theta$ با $0 \leq \theta \leq 2\pi$ و پاره خط از $(0, 0)$ تا $(0, 2\pi)$ بر محور x ها باشد و جهت حرکت بر آن نیز مثلثاتی باشد، انتگرال میدان برداری $\vec{F} = -y^3 \vec{i} + x^3 \vec{j}$ بر C را بدست آورید.

۸- در صورتی که S ناحیه محصور بین استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و صفحات $z = 0$ و $z = 2$ باشد، شار برونسوی میدان برداری $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ بر سطح خارجی S را بدست آورید.

۹- فرض کنید S قسمتی از صفحه $x + y + z = 1$ بریده شده بوسیله صفحات مختصاتی است و بردار \vec{v} روبه بالا می‌باشد. درستی فرمول استوکس را در مورد میدان برداری $\vec{F} = (y + z, x + z, x + y)$ تحقیق کنید.

موفق و سربلند باشید،
دانشکده ریاضی.

بسمه تعالی

دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران

امتحان پایان ترم درس ریاضی عمومی ۲، نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۲-۳
شنبه ۱۳۸۳/۳/۲۳ - نوبت اول - ۱۲۰ دقیقه

۱- در پیوستگی تابع زیر بر \mathbb{R}^2 بحث کنید:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + 2y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۲- فرض کنید $0 \leq t \leq 2\pi$; $\vec{r}(t) = (2 \cos^2 t, \sin 2t, 2 \sin t)$ در این صورت

الف) نشان دهید که C بر فصل مشترک کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ و استوانه $x^2 + y^2 = 2x$ قرار دارد.

ب) نشان دهید $\vec{r}(t)$ دوبار از نقطه $X_0 = (2, 0, 0)$ می‌گذرد.

ج) انحناء C در نقطه X_0 را محاسبه کنید.

۳- منظور از گشتاور ماند منحنی C حول خط ℓ ، انتگرال $\int_C h^2 \delta ds$ است، که $h(x, y, z)$

فاصله نقطه (x, y, z) تا خط ℓ و $\delta(x, y, z)$ چگالی جرم نقطه $(x, y, z) \in C$

می‌باشد. با فرض ثابت بودن چگالی جرم $\delta(x, y, z) = \delta_0$ ، گشتاور ماند منحنی

$C: x^2 + y^2 = R^2, z = 0$ حول خط $\ell: x = y = z$ را محاسبه کنید.

۴- در صورتی که $u = u(x, y)$ ، $v = v(x, y)$ ، $x = x(u, v)$ و $y = y(u, v)$ ، توابع

مشتق‌پذیر باشند، ثابت کنید

$$\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

۵- انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^1 \left[\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{(1+e^y)\sqrt{1-x^2-y^2}} \right] dx$$

۶- مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که میدان برداری

$$\vec{F} = (ax \sin(\pi y), x^2 \cos(\pi y) + bye^{-z}, y^2 e^{-z})$$

ایستا (پایستار) باشد. سپس برای میدان بدست آمده، مقدار انتگرال $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را در هر یک از دو حالت زیر محاسبه کنید:

الف) $C : \vec{r}(t) = (\cos t, \sin(2t), \sin^2 t); -\pi \leq t \leq \pi$

ب) C منحنی حاصل از برخورد سهمیگون بیضوی $z = x^2 + 4y^2$ و صفحه $z = 3x - 2y$ از مبدا O تا $A = (1, 1/2, 2)$ است.

۷- از میدان برداری $\vec{F} = (x, y, z)$ بر سطح خارجی رویه بسته زیر انتگرال بگیرید:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} + \left(\frac{z}{c}\right)^{2/3} = 1$$

۸- در صورتی که S نیمه بالایی کره $z = \sqrt{6 - x^2 - y^2}$ باشد که توسط صفحه $z = x + 2$ بریده شده است و بردار جهت \vec{n} بر آن را روبه قسمت مثبت محور z ها بگیریم. قضیه استوکس را برای میدان برداری $\vec{F} = (2y, z, 3y)$ و رویه S تحقیق کنید.

موفق و سربلند باشید،

دانشکده ریاضی.

۱- درپوشگی تابع زیر در بردار محبت کنید

$$P(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} + y \sin \frac{1}{x} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۲- روی زیر را به فرم استاندارد (کانڈیک) در آورده و سطح از تقسیم نوع آن شکل تقریبی آن را رسم کنید:

$$3x^2 + 4xy + 8xz + 4yz + 3z^2 - 1 = 0$$

۳- گشتا در ماند ناحیه A محدود از بالا پیکره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ و از پایین به مخروط $3z^2 = x^2 + y^2$ را نسبت به بردار طوری بیابید که تابع چگالی به صورت زیر باشد:

$$\delta(x,y,z) = e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

۴- سطح مسطح $\iint_S y \, ds$ در آن S مستوی از مخروط $z = \sqrt{2(x^2+y^2)}$

واقع در زیر صفحه $z = 1 + y$ است.

۵- درستی قضیه استرلن را برای میدان برداری $F = x^2 i + y^2 j - xk$ بررسی کنید. اگر S مستوی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ باشد که در آن $y \geq 1$ و C مرز S است.

۶- نشان دهید تابع نیروی

$$F(x,y,z) = \left(y - \frac{z}{x^2 y}\right) i + \left(x - \frac{z}{xy^2}\right) j + \left(\frac{1}{xy} + 3z^2\right) k$$

پایستار است، پس از یافتن تابع پتانسیل میدان نیروی F مقدار کار انجام شده توسط

نیروی F را از نقطه A(1,1,1) تا B(2,1,0) بیابید.

۷- فرض کنید $F = (x^2 + y + z + z^2) i + (e^{xy} + y^2) j + (3 + x) k$

و S قسمتی از رویه کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2az + 3a^2$ واقع در بالای صفحه xy است. شار برداری F گذرنده از S را بیابید.

منتهی و مورد باشد.



آزمون پایان ترم درس ریاضی عمومی دو - ترم اول ۸۵-۱۳۸۴

- ۱- مطلوب است محاسبه مساحت سطح محدود به منحنی $\sqrt[3]{\frac{x}{a}} + \sqrt[3]{\frac{y}{b}} = 1$ و واقع در ربع اول.
- ۲- مقدار انتگرال $\iiint_V z dV$ که در آن V حجم واقع در یک هشتم اول مختصات، و بالای صفحه $z = 1 - x - y$ و زیر صفحه $z = 1$ است، را محاسبه کنید.
- ۳- انتگرال تابع $|xyz|$ را بر ناحیه محدود به بیضی گون $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ محاسبه کنید.
- ۴- مطلوب است محاسبه جرم قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ که توسط استوانه $x^2 + y^2 = 2x$ جدا شده است و چگالی در هر نقطه (x, y, z) برابر $\delta = x^2 + y^2 + z^2$ است.
- ۵- قضیه گرین را برای میدان برداری $F = (x^2 - xy)\mathbf{i} + (xy - y^2)\mathbf{j}$ و C مثلثی با رئوس $(0, 0)$ ، $(1, 1)$ و $(2, 0)$ بررسی کنید.
- ۶- قضیه استوکس را برای میدان نیروی $F = (y + 2z)\mathbf{i} + (z + 2x)\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}$ و منحنی C تحقیق کنید:
 $C : \mathbf{r}(t) = (2 \cos t, \sin t, \cos t + \sin t) ; 0 \leq t \leq 2\pi$
- ۷- در صورتی که $F = -\frac{1}{r^3}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$ باشد، که در آن $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ، قضیه دیورژانس را برای ناحیه محدود به دو کره $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ بررسی کنید.

لديه تعالى

امتحان رياضی عمومی (۲)

تاریخ: ۱۵، ۳، ۲۷

وقت: ۲ ساعت

۱. مطلوبت های سه هم قسمی از اتوانه $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ به شرط $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ محدود شده است

۲. مطلوبت های سه ماحد قسمی از مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ به ریش اتوانه $x^2 + y^2 = 2x$ وارد دارد.

۳. شار (فلوی) برابر $C = xy\vec{e}_1 + yz\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ را روی سطح خارجی آن قسمت از کره

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ در کنج اول فضا وارد رسانید.

۴. مطلوبت های سه سیکلایون برابر $C = y\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 - z\vec{e}_3$ در طول منحنی

از ابرو مستقیم $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ را با استفاده از قضیه استنکس

۵. نشان دهید میدان $C = 2xy\vec{e}_1 + x^2z\vec{e}_2 + x^2y\vec{e}_3$ پتانسیل دارد و تابع پتانسیل آن را بدست آورید.

۶. دیتی قضیه گرین را برای استدلال خط

$$I = \oint_C 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 dy$$

بررسی نماید. منحنی C مثلثی است با رئوس های $A(1,1)$ ، $B(2,2)$ ، $C(1,3)$

مصدق باشد. در ادامه ریاضی

۱- مطلوبست محاسبه مساحت قسمتی از سطح $x^2 + y^2 = 2az$ که توسط استوانه $x^2 + y^2 = R^2$ جدا می شود.

۲- مرکز ثقل جسم محدود به نیم کره به مرکز در مبدا و شعاع ۲ و نیم صفحه بالایی $z \geq 0$ را با فرض اینکه چگالی جرمی نقطه (x, y, z) برابر مربع فاصله آن تا مبدا مختصات باشد، محاسبه کنید.

۳- مطلوبست گشتاور ماند قسمتی از سطح مخروط همگن $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ که با صفحه $z = h$ جدا شده است، حول محور z ها.

۴- از میدان برداری $F(x, y, z) = (y^2 - 2xy)\mathbf{i} + (2xy - x^2)\mathbf{j} + (2xy - x^2)\mathbf{k}$ بر منحنی زیر انتگرال بگیرید:
$$\mathbf{r}(t) = a(t - \sin t)\mathbf{i} + a(1 - \cos t)\mathbf{j} \quad ; \quad -\pi \leq t \leq \pi$$

۵- انتگرال $\iint_{(S)} x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy$ را بر سطح خارجی نیم کره به معادله $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ محاسبه کنید.

۶- دستور استوکس را در مورد میدان برداری $F(x, y, z) = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$ و منحنی حاصل از برخورد نیمه بالایی کره $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ و استوانه $x^2 + y^2 = 9$ تحقیق کنید.

موفق و سر بلند باشید.

به تمام

آزمون پایانی درس ریاضیات عمومی ۱

فصل دوم سال تحصیلی ۱۳۸۵-۸۶

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

۱- مطلوبست محاسبه مساحت قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ که بین صفحات $z = h_1$ و $z = h_2$ قرار می گیرد. $(0 < h_1 < h_2 < a)$

۲- گنجانده ماند حجم گهنگی (چصال، $\delta = 1$) درخل در مخروط $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ، $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ نسبت به حجم z را بیابید.

۳- مطلوبست محاسبه $\int_C \ln(y+1) dx - \frac{xy}{y+1} dy$ که در آن معنی C شامل معنی $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ و بازه های $[0, 4]$ روی محور x و y می باشد.
(الف) مستقیم. (ب) به کمک قضیه گرین.

۴- فرض کنید V ناحیه محدود به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ از بالا، صفحه $z = 3$ از پایین است و \vec{n} بردار یکتایه قائم برون روی سطح ناحیه V باشد و نیز $\vec{F} = xz\vec{i} + yz\vec{j} + k\vec{k}$.
رزی قضیه دیرشیرین را بررسی کنید.

۵- فرض کنید معنی C محل تقاطع کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و صفحه $x + y + z = 0$ باشد.
قضیه استوکس را برای میدان برداری $\vec{F} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ ، معنی C بررسی کنید.

به امید موفقیت

به نام خدا

86/10/22

مدت امتحان 120 دقیقه

دانشگاه علم و صنعت ایران

(دانشکده ریاضی)

سوالات امتحانی ریاضی 2

سؤال اول. مطلوب است محاسبه انتگرال $\iiint_V z dx dy dz$ که در آن V ناحیه واقع در یک هشتم اول بوده که از بالا به صفحه $z=1$ و از پایین به صفحه $x+y-1=0$ محدود است.

سؤال دوم. حجم ناحیه ای را بیابید که درون مخروط $x^2 + y^2 = z^2$ قرار دارد و به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ محدود است.

سؤال سوم. مطلوب است محاسبه

$$\iint_S xz^2 dy dz + (x^2y - z^3) dz dx + (2xy + y^2z) dx dy$$

که در آن S قسمت خارجی نیمکره $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ می باشد.

سؤال چهارم. مساحت قسمتی از کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 2ay$ را که به وسیله مخروط $x^2 + z^2 = y^2$ بریده شده است حساب کنید.

سؤال پنجم. بر قراری قضیه گرین را بر میدان برداری $F(x,y) = x^2yi + \frac{x}{y^2}zj$ روی منحنی C تحقیق کنید که در آن C منحنی بسته ای است که شامل خطوط $y=1, y=x+1$ ، و $xy=2$ می باشد.

سؤال ششم. درستی دستور استکس را برای $F(x,y) = \langle yz, xz, xy \rangle$ روی منحنی C محل تلاقی کره $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ با صفحه xy را تحقیق کنید.

موفق باشید

۱- حاصل انتگرال زیر را بدست آورید:

$$\int_0^2 \left[\int_0^{4-x^2} \frac{xe^{2y}}{4-y} dy \right] dx$$

۲- مساحت سطح قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ را که بوسیله $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ قطع می شود محاسبه نمائید ($0 < b < a$).

۳- مطلوبست محاسبه انتگرال

$$\iiint_{\Omega} \frac{dV}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}$$

که در آن Ω ناحیه‌ی $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$ می باشد. به مقادیر مختلف $\alpha \in \mathbb{R}$ توجه شود.

۴- از میدان برداری $\mathbf{F} = (e^{x^2} - y)\mathbf{i} + (x + \cos(y^2))\mathbf{j}$ در امتداد منحنی $C: x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ که در جهت مثلثاتی پیموده می شود، انتگرال بگیرید.

۵- قضیه استوکس را برای میدان برداری $\mathbf{F} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$ و منحنی $C: x^2 + y^2 = 1, x + z = 1$ تحقیق کنید.

۶- درستی قضیه گاوس (دیورژانس) را برای میدان برداری $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ و طرف خارجی کره به معادله $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ تحقیق کنید.

موفق و سر بلند باشید.

۱- مطلوبست محاسبه مساحت قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ که بین صفحات $z = h_1$ و $z = h_2$ قرار می‌گیرد.

$$0 < h_1 < h_2 < a$$

۲- مطلوبست محاسبه انتگرال $\iint_R \frac{x^2 \sin(xy)}{y} dx dy$ که در آن R محدود به منحنی‌های

$$y^2 = x, \quad y^2 = \frac{x}{2}$$

$$x^2 = \pi y, \quad x^2 = \frac{\pi y}{2}$$

۳- مطلوبست محاسبه حجم جسم محدود به استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ ، صفحه $z = 0$ و صفحه $z = 4x$.

۴- درستی قضیه گرین را برای انتگرال خط زیر تحقیق کنید.

$$\oint_C x^2 y dx + \frac{x}{y^2} dy$$

C مرز ناحیه محدود به منحنی‌های $y = x + 1$ ، $y = 1$ و $xy = 2$ است که در جهت مثلثاتی جهت دار شده است.

۵- گشتاور ماند جسم همگن ($\rho = 1$ ، دانسیته حجمی) داخل مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ و زیر سهموی $z = 2 - (x^2 + y^2)$ نسبت به محور z را بیابید.

۶- فرض کنید V ناحیه محدود از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ و از پایین به صفحه $z = 3$ و n بردار یک قائم و رو به خارج از ناحیه V می‌باشد، اگر

$$F = xzi + yzj + k$$

درستی قضیه دیورژانس را بررسی کنید.

موفق باشید

به نام خدا

دانشگاه علم و صنعت ایران

مدت امتحان: 120 دقیقه

88-4-20

(دانشکده ریاضی)

سؤالات ریاضی عمومی 2

سؤال 1. مطلوب است محاسبه حجم ناحیه واقع بین استوانه های $x^2 + y^2 = 2x$ و $x^2 + y^2 = x$ که به پارابولوئید $z = x^2 + y^2$ و صفحات $z = 0, x - y = 0, x + y = 0$ محدود است.

سؤال دوم. مطلوب است محاسبه مساحت قسمتی از مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ که بالای صفحه xy قرار دارد و توسط صفحه $z = \sqrt{2}\left(\frac{x}{2} + 1\right)$ جدا شده است.

سؤال سوم. مختصات مرکز جرم قسمتی از نیمکره همگن $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ که $z \geq 0$ را بیابید که درون استوانه $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ قرار دارد.

سؤال چهارم. اگر $F = \langle y + z, x^2 + z^2, y \rangle$ و C مرز استوانه $z = \sqrt{1 - x^2}$ با صفحات $z = 0, y = 0, y = 1$ باشد. درستی فرمول استکس را برای F و C داده شده تحقیق کنید.

سؤال پنجم: اگر $F = \langle x, y, z \rangle$ و رویه S متشکل از پارابولوئید $z = x^2 + y^2$ و نیمکره $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ باشد درستی قضیه دیورژانس را برای F و S داده شده تحقیق کنید.

موفق باشید

۱- حجم قسمتی از استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ را محاسبه کنید که از پایین به صفحه $z = 0$ و از بالا به سهموی $az = 2a^2 - (x^2 + y^2)$ محدود است.

۲- مختصات مرکز جرم جسم همگن محدود به سهموی $z = \frac{x^2 + y^2}{2a}$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$ را بیابید.

۳- فرض کنید c بیضی $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ است که در جهت مثبت مثلثاتی جهت دار شده است. حاصل انتگرال زیر را بیابید.

$$\oint_c \frac{-y dx + x dy}{9x^2 + 4y^2}$$

۴- اگر Ω ناحیه محدود به استوانه $x^2 + y^2 = 9$ و صفحات $z = 0$ و $z = 1$ و σ سطح خارجی آن باشد و $F = xi + 2y^2 j + 3z^2 k$ ، درستی قضیه دیورژانس (استروگراسکی) را بررسی کنید.

۵- درستی قضیه استوکس را برای انتگرال خط $\oint_c (y-z) dx + (z-x) dy + (x-y) dz$ که در آن c بیضی $x^2 + y^2 = 1$ و $x+z=1$ می باشد، با فرض آنکه \vec{n} برداریکه نرمال و به سمت پایین در نظر گرفته شده است را بررسی کنید.

موفق باشید

به نام خدا
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

مدت امتحان: ۲ ساعت

۸۸/۱۰/۲۶

سؤالات امتحانی ریاضی II
(ترم اول سال تحصیلی ۸۹-۸۸)

سؤال اول. مطلوب است محاسبه:

$$\iiint_V y\sqrt{1-x^2} dx dy dz$$

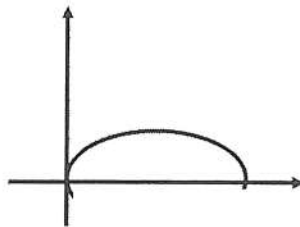
که در آن V ناحیه محدود به استوانه $x^2 + z^2 = 1$ و $y = -\sqrt{1-x^2-z^2}$ و صفحه $y=1$ است.

سؤال دوم. حجم جسم محدود به استوانه $r = a \cos \theta$ و کره ای به شعاع a به مرکز مبدا را بیابید.

سؤال سوم. با استفاده از قضیه گرین مساحت ناحیه محدود به محور x ها و یک قوس از منحنی سیکلوئید با معادلات پارامتری

$$r(t) = (t - \sin t)i + (1 - \cos t)j \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

را محاسبه کنید.



سؤال چهارم. فرض کنید C فصل مشترک سهمی گون $z = x^2 + y^2$ و صفحه $z=y$ بوده و در جهت مثبت (یا در جهت مثلثاتی) جهت دار شده است. مطلوب است محاسبه

$$\int_C xy dx + x^2 dy + z^2 dz$$

سؤال پنجم. قضیه دیورژانس را روی حجم محدود به نیم کره $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$ و صفحه $z=0$ و میدان نیروی $F = x^3 i + y^3 j + z^3 k$ تحقیق کنید.

توجه درک سؤال جزء امتحان است سؤال نکنید.

موق باشید

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی ۲ نیمسال دوم ۸۹-۸۸	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	
مدت پاسخگویی: ۱۱۰ دقیقه	رشته های فنی و مهندسی	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۲۲

سوال (۱) مطلوب است محاسبه انتگرال دو گانه $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ که در آن ناحیه محصور به منحنی های $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 9$, $xy = 2$ و $xy = 4$ واقع در ربع اول صفحه مختصات می باشد.

سوال (۲) مساحت کل ناحیه مشترک رویه های $x^2 + y^2 = 2z + 8$ و $x^2 + y^2 = z^2$ را بیابید.

سوال (۳) کار نیروی

$\vec{F} = 2x^2(2x^3 - y^3 + 1)\vec{i} + 2y^2(x^3 + 2y^3 - 1)\vec{j}$
روی دایره $x^2 + y^2 = R^2$ و قتیکه $x \geq 0$ و $y \geq 0$ را محاسبه کنید.

سوال (۴) شار میدان برداری

$\vec{F} = (x^2 + y^2 + 3z^2)\vec{i} + (3z^2 + x^2 - xy)\vec{j} + (xz)\vec{k}$
گذرنده از رویه S را محاسبه کنید و قتیکه S قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$ باشد که توسط صفحه $z = a$ جدا شده است. (صحت جواب را مشخص کنید)

سوال (۵) مطلوب است محاسبه انتگرال منحنی الخط $\oint_C F dR$ که در آن

$\vec{F} = (y^2 + z^2)\vec{i} + (z^2 + x^2)\vec{j} + (y^2 + x^2)\vec{k}$ و $C : \begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4x \\ z > 0 \end{cases}$

موفق باشید

به نام خدا
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

۸۹/۱۰/۲۵

سؤالات امتحانی ریاضی ۲
(ترم اول سال تحصیلی ۹۰-۸۹)

سؤال اول مطلوب است محاسبه انتگرال $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} e^{\frac{x-y}{x+y}} dy$.

سؤال دوم مساحت قسمتی از مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ را محاسبه کنید که بین استوانه های $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 4$ قرار دارد.

سؤال سوم مطلوب است محاسبه $\oint_C (\ln x - x^4 y) dx + (xy^4 + \ln y) dy$ که C دایره $x^2 + y^2 = 1$ است که در جهت منفی پیموده می شود.

سؤال چهارم . شار F روی روی S را حساب کنید اگر $F = \langle M, N, P \rangle$ که در آن


$$M = 2x^3 + \ln(y^3 + z^3), \quad N = 2y^3 + \ln(z^3 + x^3), \quad P = 2z^3 + \ln(x^3 + y^3)$$

و S قسمت خارجی سطح کره به شعاع R و به مرکز مبدا مختصات می باشد.

سؤال پنجم . حجم بین سهموی به معادله $z = x^2 + y^2$ و کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ را محاسبه کنید.

توجه درک سؤال جزء امتحان است سؤال نکنید.

موق باشید

سوال‌های امتحانی پایان ترم درس ریاضی عمومی (۲) نیمسال دوم ۹۰ - ۱۳۸۹	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	رشته های فنی، مهندسی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۳/۲۸

(الف) D را ناحیه محصور به خطوط $y = x - 2$ ، $y = x$ ، $x + 3y = 1$ و $x + 3y = 9$ بگیرد. انتگرال زیر را محاسبه نمایید:

$$\iint_D \frac{x+3y}{\cos(x-y)} dx dy.$$

(ب) مطلوبست محاسبه انتگرال مقابل:

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx.$$

(۲) حجم جسم محدود به صفحه $z = 0$ ، استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ و استوانه $az = a^2 - x^2$ را محاسبه کنید.

(۳) مخروط به معادله $z^2 = x^2 + y^2$ ، سهمگون $z^2 = 8 - 2z$ را قطع می کند. (الف) گشتاور اینرسی (مانند) جسم محدود را نسبت به صفحه xoy محاسبه کنید، در صورتی که چگالی در نقاط مختلف جسم متناسب با $\frac{1}{z}$ آن نقطه باشد. (ب) مساحت سطح ناحیه محصور را بیابید.

(۴) میدان نیروی $\vec{F} = (axy)\vec{i} + (x^2 + 12y^2 + 5z^4)\vec{j} + (byz^3)\vec{k}$ مفروض است. (الف) a و b را چنان بیابید که \vec{F} یک میدان پایستار (بقای) باشد. (ب) کار انجام شده توسط \vec{F} بدست آمده در بخش (الف) را بر کاردیوئید $r = 3(1 + \cos \theta)$ واقع بر صفحه $z = 3$ از نقطه متناظر با $\theta = 0$ تا نقطه متناظر به $\theta = \frac{\pi}{2}$ محاسبه کنید.

(۵) درستی قضیه دیورژانس (گوس) را برای میدان $\vec{F} = \left(\frac{1}{\sqrt{y^2+z^2}}, 2y, 2z\right)$ و ناحیه Ω محدود به صفحه yoZ و رویه $y^2 + z^2 = 1 - x$ بررسی کنید.

(۶) S بخشی از رویه $z = 9 - x^2 - y^2$ است که در بالای صفحه xoy واقع است و داریم:

$$\vec{F} = (e^{x^2} + y^2, x^2 + \sin y^2, z - 2x).$$

مطلوبست محاسبه انتگرال $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n} d\sigma$ که بردار یکه عمود بر سطح و به سمت خارج S است.

سؤالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۲) (پایان ترم) نیمسال اول ۹۱ - ۱۳۹۰	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد	رشته های فنی و مهندسی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۲۵
<p>(۱) الف) انتگرال $\iint_D \frac{1}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ را بر ناحیه $D: \frac{2}{\pi} \leq x < \infty, 0 \leq y \leq \frac{1}{x}$ در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>ب) نشان دهید معادله زیر برقرار است.</p> $\int_1^2 \int_{\sqrt{x}}^x \sin\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx + \int_2^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx = \frac{4(\pi + 2)}{\pi^3}$		
<p>(۲) مجموع مساحت های دیواره و سقف ناحیه گنبدی شکل محدود به نیمکره به شعاع $\sqrt{2}$ و مرکز مبدأ مختصات را که بالای مربع $D: -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ واقع است، بیابید.</p>		
<p>(۳) گشتاور ماند (اینرسی) جسم چگال (با چگالی ثابت) محصور به سهمی $3az = x^2 + y^2$ از پایین و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ از بالا را نسبت به محور z ها بدست آورید.</p>		
<p>(۴) مقادیر A و B را طوری پیدا کنید که میدان برداری زیر ابقایی (پیوستار) باشد:</p> $\vec{F} = Ax \ln(z) \vec{i} + By^2z \vec{j} + \left(\frac{x^2}{z} + y^3\right) \vec{k}$ <p>اگر C مسیری از $(1,1,1)$ تا $(2,1,2)$ باشد، کار انجام شده توسط میدان \vec{F} را بر C محاسبه کنید.</p>		
<p>(۵) به کمک انتگرال خط، مساحت ناحیه محدود به منحنی $x^3 + y^3 = 3axy$ را پیدا کنید.</p>		
<p>(۶) درستی قضیه استوکس را برای میدان برداری $\vec{F} = (x, x+y, x+y+z)$ و ناحیه $S: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1, z \geq 0$ بررسی کنید.</p> <p>موفق باشید</p>		



دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده ریاضی

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۲)
(پایان ترم)
نیمسال دوم ۹۱ - ۱۳۹۰

تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۷
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

رشته های فنی و مهندسی
و فیزیک

درک سوال جزئی از امتحان است، سوال نکنید.
استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

۱. مطلوبست محاسبه مساحت سطح رویه محدود شده توسط دو رویه استوانه‌ای $x^2 + y^2 = 2x$ و $z^2 = 4x$.

۲. مطلوبست محاسبه حجم محدود به هذلولی گون $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

۳. اگر جسم Ω ناحیه محدود به منحنی‌های $y = 2x$, $y = \frac{x}{3}$, $xy = 2a^2$, $xy = a^2$ دارای چگالی ثابت در هر نقطه (x, y) باشد مطلوبست محاسبه گشتاور ماند Ω نسبت به مبدا مختصات.

۴. اگر C قسمتی از دایره $x^2 + y^2 = ay$ باشد که از نقطه $(0, 0)$ در جهت مثلثاتی به سمت نقطه $(0, a)$ پیموده می‌شود آن‌گاه انتگرال زیر را به دست آورید:

$$\int_C (e^y \cos x + y)dx + (e^y \sin x - x)dy .$$

۵. فرض کنید $F(x, y, z) = z^2 \mathbf{i} + y^2 \mathbf{j} + x^2 \mathbf{k}$ یک میدان برداری و S سطحی بسته باشد که از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و از پایین به سهمی گون $z = x^2 + y^2$ محدود است. شار F را روی S بیابید.

۶. مطلوبست بررسی قضیه استوکس برای میدان نیروی $F(x, y, z) = -y \mathbf{i} + x \mathbf{j} - z \mathbf{k}$ و منحنی C که از تقاطع صفحه $z = x$ و بیضی گون $36 = 4x^2 + 9y^2 + 6z^2$ به وجود می‌آید.

موفق باشید.

بسمه تعالی

امتحان پایان ترم ریاضی ۲

تاریخ: ۹۲/۱۰/۱۴

مدت دو ساعت

۱- انتگرال $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ را در صورتی بیابید که ناحیه D محدود به منحنی با معادله $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ باشد.

۲- مساحت قسمتی از مخروط $x^2 = 4(y^2 + z^2)$ که توسط سهمیگون $x = y^2 + z^2$ جدا شده است را بیابید.

۳- گشتاور ماند حول محور Z ها جسم V با چگالی یک را بیابید، اگر V با نامساویهای زیر مشخص شوند:

$$0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 2ay, \quad a > 0$$

۴- شار رو به بالای میدان نیروی

$$F(x, y, z) = (x^2 + y + 2 + z)i + (e^{x^2} + y^2)j + (3 + x)k$$

گذرنده از قسمتی از رویه کروی با معادله

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2az + 3a^2$$

که در بالای صفحه xy قرار می گیرد

۵- مساحت ناحیه محدود به منحنی $r(t) = a\cos^3 t + b\sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ را بیابید.

۶- مطلوبست محاسبه $\oint_C F \cdot dr$ که در آن

$$F(x, y, z) = -3y^2i + 4zj + 6xk$$

و منحنی C مرز قسمتی از صفحه $z = \frac{y}{2}$ واقع در $\frac{1}{8}$ اول مختصات است که توسط صفحه

$x + y = 2$ محدود شده است.

موفق و موید باشید - دانشکده ریاضی

1- اگر D ناحیه محصور به خطوط $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$ باشد انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\iint_D \sin^2 \frac{x-y}{x+y} dx dy$$

2- منحنی بسته C به منحنی های زیر محدود می باشد:

$$-x + y = 2, \quad x = 3\sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}, \quad y = -2, \quad x = -2$$

و میدان برداری $F(x, y)$ با ضابطه زیر تعریف می شود:

$$F(x, y) = -\frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} i + \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} j$$

مطلوبست محاسبه $\oint_C F \cdot dr$.


3- اگر S قسمتی از رویه $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$ واقع در زیر صفحه $z = 1 + y$ باشد انتگرال زیر را محاسبه کنید و برای آن تعبیر فیزیکی بنویسید:

$$\iint_S y ds$$

4- درستی قضیه دیورژانس را برای میدان برداری $F = yi - xj + 8zk$ و سطح بسته محدود به دو رویه $z = 9 - x^2 - y^2$ و صفحه $z = 1$ بیابید.

5- در صورتی که منحنی C محل برخورد کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و صفحه $x + y + z = 0$ باشد و جهت حرکت روی منحنی با امتداد بردار $i + j + k$ سازگار است مقدار انتگرال $\oint_C (y^2 + z) dx + (z^2 + x) dy + (x^2 + y) dz$ را محاسبه کنید.

موفق و موید باشید

<p>سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی ۲ (پایان ترم) نیمسال اول ۹۴-۹۳</p>	<p>دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی</p>	
<p>مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه</p>	<p>رشته های فنی و مهندسی</p>	<p>تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۲۰</p>

۱- اگر $f(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$ باشد، مقدار $I = \int_0^1 f(x) dx$ را بدست آورید.

۲- مساحت قسمتی از سطح $Z = \sqrt{x^2 + y^2}$ که در درون استوانه $2x = x^2 + y^2$ قرار دارد، را محاسبه کنید.

۳- مطلوب است محاسبه حجم آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ که بین سهمیگون $x^2 + y^2 - 4a = 0$ و صفحه $Z = 0$ قرار می گیرد.

۴- مطلوب است محاسبه انتگرال سه گانه $I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV$ که در آن V حجم محدود به بالای صفحه $z = b$ و محدود به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ (با فرض $0 < b < a$) است.

۵- S بخشی از سهمیگون $z = x^2 + y^2$ زیر صفحه $z = 3 - 2y$ و \vec{n} قائم یکه بر آن به سمت خارج سهمیگون

است. اگر $\vec{F}(x, y, z) = (z^2 + e^y, 8xy - xe^y, -xe^y)$ مطلوب است $\iint_S \overline{\text{Curl } F} \cdot \vec{n} dS = ?$

۶- اگر C منحنی حاصل از برخورد سطوح $x^2 + y^2 + z^2 = 4b^2$ و $x^2 + y^2 = 3bz$ باشد درستی قضیه

استوکس را در مورد تابع برداری $\vec{F}(x, y, z) = (yz, 2xz, x^3 + y^3 + z^3)$ بررسی کنید ($0 < b$ و $0 \leq z$).

۷- شار برونسوی میدان نیروی $\vec{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^3)$ گذرنده از سطح کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ را

بیابید.

موفق باشید

گروه درسی ریاضی عمومی دو

بسمه تعالی



رشته های مهندسی، فیزیک و شیمی
مدت زمان پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۴/۶

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. مطلوب است محاسبه جرم متمرکز در سطح D که ناحیه محدود به نمودار $y = \sqrt{x} - x$ و $y = x$ بوده و تابع چگالی جرم در آن به صورت $\delta(x, y) = \frac{\sin(x+y)}{x+y}$ می باشد.

۲. کره ای به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ به وسیله سهموی $xy = 6$ قطع شده است. حجم جسم محصور را به وسیله انتگرال سه گانه محاسبه کنید.

۳. انتگرال زیر را که در آن C نیم دایره $y = a + \sqrt{a^2 - x^2}$ ، $(a > 0)$ و در جهت مثبت جهتدار شده است؛ محاسبه نمایید.

$$\int_C [3a(x^2 + y^2) - y^2] dx + 3xy(2a - y) dy$$

۴. میدان برداری $\vec{F} = \frac{C}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$ که در آن C مقداری ثابت و $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ را در نظر بگیرید. اگر $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ و σ سطح خارجی آن باشد؛
الف) نشان دهید که شار عبوری از σ به a بستگی ندارد.
ب) آیا می توان در محاسبه قسمت الف، از قضیه دیورژانس و انتگرال سه گانه استفاده کرد؟ چرا؟

۵. فرض کنید $\vec{F} = z\vec{i} + 4x\vec{j} + 2z\vec{k}$ و σ قسمتی از استوانه $x^2 + z^2 = 1$ باشد که توسط صفحه $y = 2$ و صفحات مختصات جدا شده و در $\frac{1}{x}$ اول واقع است.
انتگرال $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را به وسیله قضیه استوکس محاسبه کنید که در آن C مرز ناحیه σ در نظر گرفته شده است.

موفق باشید.

دانشکده ریاضی

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

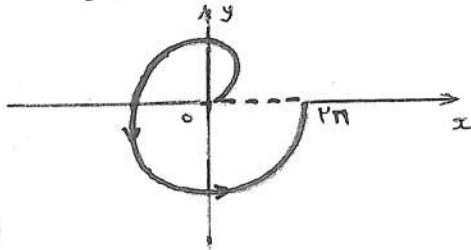
۱. مطلوبست محاسبه جرم کل جسمی که ناحیه D واقع در صفحه xoy محصور بین منحنی های $y^2 = x$ و $\delta(x, y) = e^{(2x^2 - 3y^2)/xy}$ را اشغال نموده، و چگالی هر نقطه آن تابع $x^2 = 4y$ و $x^2 = 3y$ ، $y^2 = 2x$ می باشد.

(۲ نمره)

۲. ناحیه سه بعدی محصور از پایین به سطح کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و از بالا به مخروط $(z-1)^2 = 3(x^2 + y^2)$ است. انتگرال سه گانه $\iiint_M z \, dv$ را محاسبه کنید.

(۲/۵ نمره)

۳. فرض کنید C ، نمودار تابع $r = \theta$ که $0 \leq \theta \leq 2\pi$ باشد؛ به کمک قضیه گرین انتگرال $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن $\vec{F} = -y^3 \vec{i} + x^3 \vec{j}$ محاسبه کنید.



(۲/۵ نمره)

۴. در صورتی که C منحنی حاصل از برخورد استوانه $x^2 + y^2 = 4x$ و صفحه $z = x + y$ باشد، به کمک قضیه استوکس کار انجام شده توسط میدان برداری $\vec{F} = (y^2 + z)\vec{i} + (z^2 + x)\vec{j} + (x^2 + y)\vec{k}$ روی C را بیابید.

(۲/۵ نمره)

۵. به کمک قضیه دیورژانس و با استفاده از انتگرال سطح، حجم ناحیه محصور بین سهمیگون $z = 4x^2 + 7y^2$ و $z = 9 - 5x^2 - 2y^2$ را بیابید.

(۲/۵ نمره)

۶. فرض کنید σ بخشی از استوانه $z = e^y$ باشد، که در یک هشتم اول فضا واقع است. همچنین تصویر قائمش بر صفحه xoz ، مستطیل $0 \leq x \leq 2$ ، $1 \leq z \leq 3$ باشد. مطلوبست محاسبه مساحت سطح σ .

(۲ نمره)



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۸
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

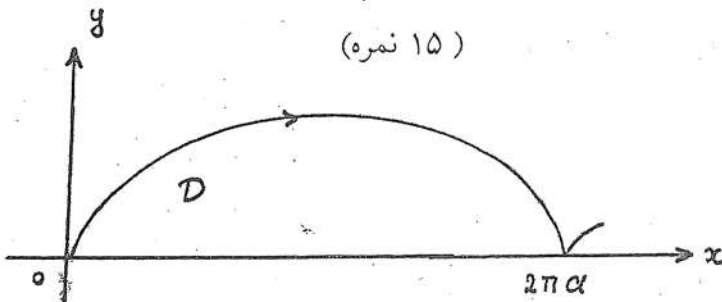
۱. مساحت آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 = a^2$ که بین صفحات $z = mx$ و $z = nx$ واقع است را بیابید. با فرض آنکه، $(z > 0; m > n > 0)$

(۱۵ نمره)

۲. انتگرال دوگانه $\iint_D y dx dy$ که در آن D ناحیه محدود به محور x و دور اول سیکلوئید (چرخنما) به معادله پارامتری زیر را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} x = a(t - \sin(t)) \\ y = a(1 - \cos(t)) \end{cases} ; 0 \leq t \leq 2\pi$$

(۱۵ نمره)



۳. انتگرال خط $\int_C \frac{ds}{(2y^2 + 1)^{3/2}}$ را که در آن C مقطع دو رویه $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و $x + z = 1$ است را حساب کنید.

(۱۵ نمره)

۴. مطلوبست محاسبه گشتاور ماند جسم صلب (چگال) با چگالی $\delta \equiv 1$ محدود از بالا به رویه $x^2 + y^2 + z^2 = z$ و از پایین به رویه $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ حول مبدا مختصات.

(۲۰ نمره)

۵. مطلوبست محاسبه انتگرال سطح $\iint_{\sigma} xz^2 d\sigma$ که در آن σ قسمتی از استوانه سهموی $y = x^2$ واقع در یک هشتم اول فضا بوده و محدود به صفحات $y = 2$ ، $y = 6$ ، $z = 0$ و $z = 4$ باشد.

(۱۵ نمره)

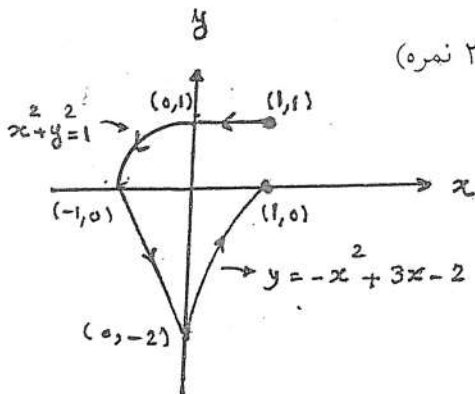
← بقیه در صفحه بعد

۶. مطلوبست محاسبه کار انجام شده توسط میدان برداری نیروی

$$\vec{F} = \langle y + \cos(y) - y \sin(x), 2x + \cos(x) - x \sin(y) \rangle$$

که متحرکی را در جهت پاد ساعتگرد روی مسیر زیر جابجا کند.

(۲۰ نمره)



۷. درستی قضیه دیورژانس را برای ناحیه محدود به سهمیگون $z = 3x^2 + 4y^2$ و $z = 27 - 6x^2 - 5y^2$ و میدان برداری $\vec{F} = \langle x, 0, 0 \rangle$ بررسی کنید.

(۲۰ نمره)

موفق باشید.
دانشکده ریاضی

بسمه تعالی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۳۰
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

۱. مساحت محدود به بیضی $(x - 2y + 3)^2 + (3x + 4y - 1)^2 = 100$ را محاسبه نمایید.

(۱۵ نمره)

۲. حجم ناحیه توپر T را که از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و از پایین به مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2} \cot \alpha$ که مولدهایش با محور z زاویه ثابت α می سازد که در آن $(0 < \alpha < \pi)$ ، را بدست آورید.

(۲۰ نمره)

۳. قضیه گرین را برای انتگرال منحنی الخط $\oint_C xy^2 dy - yx^2 dx$ تحقیق کنید که در آن C مسیر $x^2 + y^2 = 2y$ در جهت مثلثاتی است.

(۲۵ نمره)

۴. میدان برداری $\vec{F} = \langle x + y, 2x + z, x - y \rangle$ مفروض است. σ قسمتی از نیمکره فوقانی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ است که توسط استوانه $x^2 + y^2 = 4$ بریده می شود و منحنی C محل تلاقی استوانه با نیمکره است. با استفاده از قضیه استوکس $\oint_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را حساب کنید.

(۲۵ نمره)

۵. فرض کنید σ سطح جانبی ناحیه محصور به رویه های $y = 1$ ، $y = x^2 + z^2$ باشد که در ناحیه $|x| \leq z$ قرار دارد شار درون سوی میدان برداری $\vec{F} = \langle xy, y^2 + e^{xz}, \cos xy \rangle$ از سطح σ را حساب کنید.

(۲۵ نمره)

موفق باشید
دانشکده ریاضی

بسمه تعالی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۲۳
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

****توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید****

****بارم همه سوالات به استثناء سوال چهارم، (۱۸) نمره و سوال چهارم (۲۰) نمره منظور شده است.****

۱. اگر D ناحیه محصور بین خطوط $x + y = 1$ ، $x = 0$ ، $y = 0$ باشد، انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$I = \iint_D \exp\left(\frac{y}{x+y}\right) dx dy$$

۲. فرض کنید D ناحیه محدود به منحنی‌های $x^2 y = 2$ ، $x^2 y = 4$ ، $xy^2 = 1$ ، $xy^2 = 9$ باشد. گشتاور ماند (اینرسی) جسمی که ناحیه D را اشغال نموده، و چگالی هر نقطه آن $\delta(x, y) = x^5 y^2$ فرض شده است را نسبت به محور x محاسبه کنید.

۳. مطلوبست محاسبه حجم داخل کره ای به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و خارج استوانه ای به معادله $x^2 + y^2 = ax$ ($a > 0$).

۴. به ازای کدام مقادیر برای α و β میدان برداری $\vec{F} = \langle \alpha \sin \pi y, x^2 \cos \pi y + \beta y e^{-z}, y^2 e^{-z} \rangle$ ابقایی (پایستار) است. مقدار انتگرال خط $\int_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را به کمک مقادیر بدست آمده برای α و β بر C از $A(0, 0, 0)$ تا $B(1, 1/2, 2)$ بدست آورید. در آن C فصل مشترک دو رویه $z = x^2 + 4y^2$ و $z = 3x - 2y$ می باشد.

۵. شار برون سوی میدان برداری $\vec{F} = \langle x^2/a^2, y^2/b^2, z^2/c^2 \rangle$ گذرنده از بیضیگون $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ را بیابید.

۶. فرض کنید σ بخشی از نیمکره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ باشد که توسط استوانه دوار $x^2 + y^2 = 1$ قطع شده است. $\iint_\sigma \text{Curl } \vec{F} \circ \vec{n} ds$ که در آن $\vec{F} = \langle xz, yz, xy \rangle$ بوده، را حساب کنید.

موفق باشید
دانشکده ریاضی



آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۴/۲
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

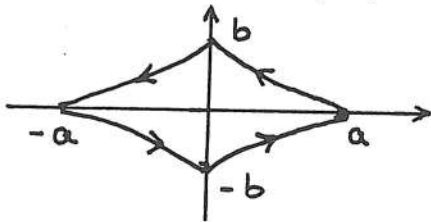
****توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.****

****توجه: بارم سوال یک و پنج، ۲۰ نمره، دو و چهار ۲۵ نمره و سوال سه ۳۰ نمره می باشد.****

۱. مطلوبست محاسبه جرم لایه D محدود به $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$ و $\sqrt{3}x \geq y$ و $\sqrt{3}y \geq x$ ، واقع در ربع اول صفحه، در صورتیکه تابع چگالی $\delta(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ فرض شده باشد.

۲. ابتدا انتگرال $\iiint_{\Omega} y^z \sin(\pi y) dx dy dz$ را که در آن ناحیه ای محدود به $y = \pi/2, z = 0, z = x$ را محاسبه کنید. سپس برای آن دو تعبیر فیزیکی ارائه دهید.

۳. اگر هیپوسیکلوئید C به معادله $(x/a)^{2/r} + (y/b)^{2/r} = 1$ باشد، به کمک قضیه گرین انتگرال خط زیر را حساب کنید.



$$\oint_C (x^r y \cos(x) + 2xy \sin(x) - y^r e^x) dx + (x^r \sin(x) - 2ye^x + x) dy$$

۴. انتگرال سطح زیر را حساب کنید.

$$\iint_{\sigma} (e^z + 2xy) dy dz + (1 + \tan^2 x + y^2) dx dz + (2x^2 - 5yz + 5z) dx dy$$

در آن σ قسمتی از رویه $z = 4 - x^2 - y^2$ با شرط $z > 0$ در نظر گرفته شده است.

۵. با استفاده از قضیه استوکس انتگرال $\oint_C \vec{F} \circ d\vec{r}$ را محاسبه کنید در آن $\vec{F} = \langle -2y, 2x, z \rangle$ و خم ساده بسته C فصل مشترک $z = \pi$ و $x^2 + y^2 = 1$ می باشد.

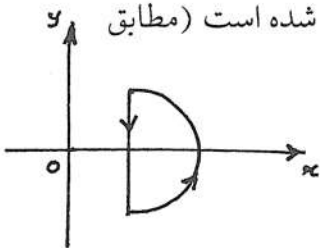


آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های مهندسی تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۲۲
مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: درک سوال جزء امتحان می باشد لطفا سوال نفرمایید.

توجه: بارم سوال یک ۴۰ نمره، و باقی هر یک ۲۰ نمره می باشند.

۱. فرض کنید D ناحیه بسته و کراندار محدود به خط $x = 1$ و نیم دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x = 0$ با شرط $x \geq 1$ باشد و C مرز آن را تشکیل دهد، که مرز در جهت مثلثاتی پیموده شده است (مطابق شکل)،



الف) انتگرال دوگانه $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$ را حساب کنید.

ب) درستی قضیه گرین در صفحه را بر ناحیه D فوق و میدان برداری زیر تحقیق کنید.

$$\vec{F}(x, y) = (x \ln(x^2 + y^2)) \vec{i} + ((y + 1) \ln(x^2 + y^2)) \vec{j}$$

۲. اگر D ناحیه محصور بین $x^2 + y^2 = 1$ ، $x^2 + y^2 = 4$ ، $y = x^2/2$ و $y = x^2$ واقع در ربع اول باشد. انتگرال $\iint_D \frac{2y^2 + x^2}{x^3} dx dy$ را حساب کنید.

۳. مطلوبست محاسبه $I = \iiint_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz$ ، که در آن Ω ناحیه ای محدود به مخروط

$$z^2 = x^2 + y^2 \text{ و به صفحات } z = 0 \text{ و } z = 1 \text{ باشد.}$$

۴. فرض کنید $C: r(t) = (a \cos t) \vec{i} + (a \sin t) \vec{j} + (\frac{2}{\pi} bt) \vec{k}$ و $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ معادله منحنی C و میدان برداری

$$\vec{F} = (e^x \cos y + yz) \vec{i} + (xz - e^x \sin y) \vec{j} + xy \vec{k}$$

تعریف شده است. مطلوبست محاسبه انتگرال خط $\int_C \vec{F} \cdot dr$.

۵. به کمک انتگرال سطح، شار کل عبوری (به سمت خارج) بر سطح بسته $\sigma_1: z = 4x^2 + y^2$ و $\sigma_2: z = 125 - (x^2 + 4y^2)$ تحت میدان برداری $\vec{F} = 4x \vec{i}$ را محاسبه کنید.